Tema 8, Metoda de ortogonalizare Gramm-Schmidt. Produs vectorial

1. Se dă baza ortonormată

$$\mathcal{B}' = \left(u_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right)^T, u_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}} \right)^T, u_3 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^T \right)$$

şi vectorul $v = (2, -1, 1)^T \in \mathbb{R}^3$. Să se determine descompunerea, $v = y_1 u_1 + y_2 u_2 + y_3 u_3$, a vectorului v, după vectorii bazei $\mathcal{B}'$

2. În $\mathbb{R}^3$ se dă baza

$$\mathcal{B}' = \left(u_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^T, u_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{18}}, \frac{4}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}} \right)^T, u_3 = \left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right) \right)$$

a) Să se verifice că $\mathcal{B}'$ este o bază ortonormată şi să se determine coordonatele vectorului $v = (-2, 5, 1)$ relativ la baza $\mathcal{B}'$.

3. Folosind procedeul lui Gramm-Schmidt să se construiască în $\mathbb{R}^2$ o bază ortornomată pornind de la baza $\mathcal{B} = (f_1 = (-3, 1)^T, f_2 = (2, -1))^T$.

4. Pornind de la baza $\mathcal{B}' = (f_1 = (2, 1, 3)^T, f_2 = (-1, 0, 1)^T, f_3 = (-1, 1, -2))^T$ din spaţiul vectorial $\mathbb{R}^3$ să se construiască o bază ortonormată în $\mathbb{R}^3$, folosind procedeul lui Gramm–Schmidt.

5. Să se determine un vector din $\mathbb{R}^3$ simultan perpendicular pe vectorii $v = (4, -3, 1), w = (-1, 2, 5)$.

6. Pornind de la vectorii $v_1 = (3, -1, 1), v_2 = (-2, 0, 1)$ şi efectuând produse vectoriale succesive să se construiască o bază ortogonală în $\mathbb{R}^3$.

Să se calculeze norma vectorului $-3(v_1 \times v_2)$.