
Tema 9, Probleme relativ la plan și dreapta în spațiu

1. În sistemul de axe xOyz se dau punctele $A(-1, 3, 2)$, $B(4, 0, -3)$ și $C(2, 1, -5)$.
 - a) Să se verifice dacă unghiul \widehat{BAC} este acut sau obtuz (se calculează cosinusul unghiului dintre vectorii $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$).
 - b) Calculați lungimile laturilor $\triangle ABC$;
 - c) Calculați aria triunghiului $\triangle ABC$.
 - d) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului BC .
2. Să se scrie ecuația planului care conține punctul $M(-2, 1, 5)$ și are normala $\vec{N} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$.
3. Să se determine ecuația planului π ce conține punctul $M(0, 2, -1)$ și este paralel cu planul $\alpha : 3x - 2y + z + 6 = 0$.
4. Ce direcție are normala planului $\pi : 2x - y + 4z + 11 = 0$?
5. Ce ecuație are planul π ce este paralel cu planul xoy și trece prin $M(2, 3, 7)$?
6. Să se verifice dacă planele $\pi : -2x + y + z + 3 = 0$, $\alpha : x + 2z + 8 = 0$ sunt sau nu perpendiculare.
7. Să se determine normala la planul ce conține punctul $P(1, 1, -3)$ și direcțiile vectorilor $v_1 = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{k}$, $v_2 = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + \mathbf{k}$.
8. Să se scrie ecuația planului ce conține punctul $M(-1, 1, 5)$ și este perpendicular pe dreapta

$$d : \frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{5}$$

Indicație: Desenați planul și dreapta. În ce relație (poziție) este normala la plan față de vectorul director al dreptei?

9. Să se scrie ecuațiile dreptei d ce conține punctul $P(0, -2, 3)$ și este paralelă cu dreapta:

$$d' : \begin{cases} 3x - y + 2z + 7 = 0 \\ -x + 2y - 4z = 0 \end{cases}$$

Indicație: Două drepte paralele au același vector director. Deci găsiți vectorul director al dreptei d' , dată ca intersecție a două plane.

10. Să se determine dreapta d ce trece prin originea $O(0, 0, 0)$ a sistemului de axe și este perpendiculară pe planul $\pi : -x + 7y + 2z + 13 = 0$.

11. Să se scrie ecuația planului, π , ce trece prin punctul $M(2, -6, 1)$ și este paralel cu planul $\alpha : 5x - y + 2z + 2 = 0$. **Indicație:** Două plane paralele au același vector normal.

12. Să se determine planul π ce conține punctele $A(2, 1, 4)$, $B(-1, 0, 3)$ și $C(0, 0, 5)$.

Indicație: Planul π este determinat de punctul A și direcțiile vectorilor \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} .

13. Să se determine ecuațiile dreptei ce trece prin punctele $M(0, 1, -3)$, $M(2, 5, -1)$.

Indicație: Determinați mai întâi vectorul director al dreptei.